

Pilum
Vox Arithmetica
Formelsammlung

Pilum Verlag

Auflage 1.3

Erstauflage erschienen am: 10. 03. 2024

Herausgeber

White Star Books

im Auftrag des Pilum Verlags

©Pilum Verlag 2024

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk darf nach den Vorgaben des calzinischen Lehr- und Lernmittelgesetzes im Unterricht innerhalb und außerhalb eines schulischen Rahmens und zu nicht kommerziellen Bildungszwecken genutzt werden.

www.calzinien.ca/pilum-verlag

Bei Fragen zur Nutzung (auch für eigene Werke), Rückmeldungen, Fehlerberichte und weiteres können sie sich gerne per E-Mail an uns wenden:

pilum.verlag@gmail.com

Inhalt

Inhalt.....	1
A.....	2
a-b-c-Formel.....	2
Ableitung.....	2
$\sin(x)$, $\cos(x)$, $-\sin(x)$, $-\cos(x)$	2
Kettenregel.....	2
Produktregel.....	2
Quotientenregel.....	2
Ableitung von Exponentialfunktionen.....	3
Ableitung der e-Funktion.....	3
Ableitung der Logarithmusfunktionen.....	3
Ableitung des $\ln$	3
$\tan(x)$	3
Aufleiten.....	3
Faktorregel.....	3
B.....	4
Binomische Formeln.....	4
C.....	4
D.....	5
Dreieck.....	5
Fläche (Allgemeines Dreieck).....	5
Umfang.....	5
E.....	5
F.....	5
Fläche.....	5
G.....	5
H.....	6
Hauptsatz der Trigonometrie.....	6
Höhensatz.....	6
I.....	6
J.....	6
K.....	7
Kathetensätze.....	7
Kosinus.....	7
Kosinussatz.....	7
Kreis.....	7
Fläche.....	7
Umfang.....	7
Kugel.....	7

Oberfläche.....	7
Volumen.....	7
L.....	8
Logarithmusgesetze.....	8
Produktregel.....	8
Quotientenregel.....	8
Potenzregel.....	8
Basiswechsel.....	8
Zusatz.....	8
Logarithmusgesetze beim ln (logarithmus naturalis).....	8
M.....	10
Mittlere Änderungsrate.....	10
N.....	10
Normale.....	10
O.....	10
Oberfläche.....	10
P.....	11
Parallelogramm.....	11
Fläche.....	11
Umfang.....	11
Potenzgesetze.....	11
Multiplizieren (gleiche Basis).....	11
Dividieren (gleiche Basis).....	11
Potenzieren.....	11
Multiplizieren (gleicher Exponent).....	11
Dividieren (gleicher Exponent).....	11
Negativer Exponent.....	11
Bruch im Exponenten.....	11
p-q-Formel.....	12
Prisma.....	12
Oberfläche.....	12
Volumen.....	12
Pyramide.....	12
Oberfläche (bei quadratischer Grundfläche [G]).....	12
Volumen.....	12
Pythagoras (Satz des).....	12
Q.....	12
R.....	12
S.....	13
Sinus.....	13
Sinusfunktion.....	13
Sinussatz.....	13
T.....	14

Tangens.....	14
Tangente.....	14
Trapez.....	14
Fläche.....	14
Umfang.....	14
U.....	14
Umfang.....	14
V.....	14
Volumen.....	14
W.....	15
Würfel.....	15
Oberfläche.....	15
Volumen.....	15
Wurzelgesetze.....	15
Addieren.....	15
Subtrahieren.....	15
Multiplizieren.....	15
Dividieren.....	15
Potenzieren.....	15
Radizieren.....	15
X.....	15
Y.....	16
Z.....	16
Zinsrechnung.....	16
Zylinder.....	16
Oberfläche.....	16
Volumen.....	16

A

a-b-c-Formel

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Diskriminante (D)

$$D = b^2 - 4ac$$

wenn $D > 0$, dann 2 Lösungen

wenn $D = 0$, dann 1 Lösung

wenn $D < 0$, dann 0 Lösungen

Ableitung

$$f(x) = x^n$$

$$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

$\sin(x)$, $\cos(x)$, $-\sin(x)$, $-\cos(x)$

$$(\sin(x))' = \cos(x)$$

$$(\cos(x))' = -\sin(x)$$

$$(-\sin(x))' = -\cos(x)$$

$$(-\cos(x))' = \sin(x)$$

Kettenregel

$$f(x) = u(v(x))$$

$$f'(x) = u'(v) \cdot v'$$

Produktregel

$$f(x) = u \cdot v$$

$$f'(x) = u' \cdot v + v' \cdot u$$

Quotientenregel

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$$

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$$

Ableitung von Exponentialfunktionen

$$f(x) = a^x$$

$$f'(x) = \ln(a) \cdot a^x$$

Ableitung der e-Funktion

$$f(x) = e^x$$

$$f'(x) = e^x$$

Ableitung der Logarithmusfunktionen

$$f(x) = \log_a(x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{\ln(a) \cdot x}$$

Ableitung des ln

$$f(x) = \ln(x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

tan(x)

$$f(x) = \tan(x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$$

Aufleiten

$$f(x) = x^n$$

$$F(x) = \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1} + C$$

Faktorregel

$$f(x) = a \cdot x$$

$$F(x) = a \cdot \int x dx$$

Die Faktorregel beschreibt, dass wenn ein konstanter Faktor in f(x) steht, kann dieser vor das Integralzeichen gezogen werden und muss nicht mit integriert werden.

B

Binomische Formeln

erste Binomische Formel : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

zweite Binomische Formel : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

dritte Binomische Formel : $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

C

/

D

Dreieck

Fläche (Allgemeines Dreieck)

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin(\beta)$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(\alpha)$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\gamma)$$

oder

$$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_g$$

g = Grundseite

h_g = Höhe der Grundseite

Umfang

$$U = a + b + c$$

E

/

F

Fläche

siehe bei den einzelnen Flächen

G

/

H

Hauptsatz der Trigonometrie

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

$$\sin(\alpha) = \sqrt{1 - \cos^2(\alpha)}$$

$$\cos(\alpha) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha)}$$

Höhensatz

$$h^2 = q \cdot p$$

I

/

J

/

K

Kathetensätze

$$a^2 = p \cdot c$$

$$b^2 = q \cdot c$$

Kosinus

$$\cos(\alpha) = \left(\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \right)$$

Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Kreis

Fläche

$$A = \pi \cdot r^2$$

Umfang

$$U = 2\pi \cdot r$$

Kugel

Oberfläche

$$A = 4\pi \cdot r^2$$

Volumen

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$$

L

Logarithmusgesetze

$$\log_b(b) = 1$$

$$\log_b(1) = 0$$

Produktregel

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$$

Quotientenregel

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$$

Potenzregel

$$\log_a(b^n) = n \cdot \log_a(b)$$

$$\log_b(\sqrt[n]{x}) = \frac{\log_b(x)}{n}$$

Basiswechsel

$$\log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)} = \frac{\lg(x)}{\lg(a)} = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}$$

Zusatz

$$a^{\log_a(x)} = x$$

$$\log_a(a^x) = x \cdot \log_a(a) = x$$

Logarithmusgesetze beim ln (*logarithmus naturalis*)

$$\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

$$\ln(a^b) = b \cdot \ln(a)$$

$$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = \ln(1) - \ln(a) = -\ln(a)$$

$$\ln(1) = 0$$

$$\ln(e) = 1$$

$$e^{\ln(a)} = a$$

$$\ln(e^a) = a$$

$$e^{a \cdot \ln(b)} = e^{\ln(b^a)} = b^a$$

M

Mittlere Änderungsrate

$$m = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

N

Normale

$$n: y = -\frac{1}{m} \cdot x + b$$

um b auszurechnen, setze ein:

$$f(x) = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot x_0 + b$$

O

Oberfläche

siehe bei den einzelnen Körpern

P

Parallelogramm

Fläche

$$A = g \cdot h$$

Umfang

$$U = 2a + 2b$$

Potenzgesetze

Multiplizieren (gleiche Basis)

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$$

Dividieren (gleiche Basis)

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

Potenzieren

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

Multiplizieren (gleicher Exponent)

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Dividieren (gleicher Exponent)

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Negativer Exponent

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Bruch im Exponenten

$$x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$$

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$$

$$x^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{x^m}}$$

p-q-Formel

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Prisma

Oberfläche

$$O = 2G + M$$

Volumen

$$V = G \cdot h$$

Pyramide

Oberfläche (bei quadratischer Grundfläche [G])

$$O = G + 2 \cdot a \cdot h_a$$

Volumen

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

Pythagoras (Satz des)

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Q

/

R

/

S

Sinus

$$\sin(\alpha) = \left(\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \right)$$

$$\alpha = \arcsin(x) = \sin^{-1}(x)$$

Sinusfunktion

$$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$$

a = Amplitude (Auslenkung einer Funktion)

$$b = \frac{2\pi}{p}$$

c = Verschiebung entlang der x-Achse

d = Verschiebung entlang der y-Achse

Periode

$$p = \frac{2\pi}{b} \text{ und } b = \frac{2\pi}{p}$$

Sinussatz

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)}$$

T

Tangens

$$\tan(\alpha) = \left(\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} \right)$$

Tangente

$$t: y = mx + n$$

um n auszurechnen, setze ein:

$$f(x_0) = f'(x_0) \cdot x_0 + n$$

Trapez

Fläche

$$A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$$

hierbei sind a und c gegenüberliegend und h ist sowohl die Höhe von a, als auch die Höhe von c

Umfang

$$U = a + b + c + d$$

U

Umfang

siehe bei den einzelnen Flächen

V

Volumen

siehe bei den einzelnen Körpern

W

Würfel

Oberfläche

$$O = 6 \cdot a^2$$

Volumen

$$V = a^3$$

Wurzelgesetze

Addieren

$$a \cdot \sqrt[n]{x} + b \cdot \sqrt[n]{x} = (a + b) \cdot \sqrt[n]{x}$$

Subtrahieren

$$a \cdot \sqrt[n]{x} - b \cdot \sqrt[n]{x} = (a - b) \cdot \sqrt[n]{x}$$

Multiplizieren

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Dividieren

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Potenzieren

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Radizieren

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

X

/

Y

/

Z

Zinsrechnung

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

$$p = \left(\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1\right) \cdot 100$$

$$K_0 = \frac{K_n}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n}$$

Zylinder

Oberfläche

$$O = 2\pi r + 2\pi r h$$

Volumen

$$V = \pi r^2 \cdot h$$